

「誘導電動機は電圧を下げると電流が増える。」という話

皆様こんにちは

今回のお題は「誘導電動機は電圧を下げると電流が増える。」です。

電気屋の常識と反対の事態が起きるそうです。

この電動機の特性を知らなくても、使えれば良いのですが、知っていた方が何かと都合が良いので、この解説書（擬き？）を作りました。

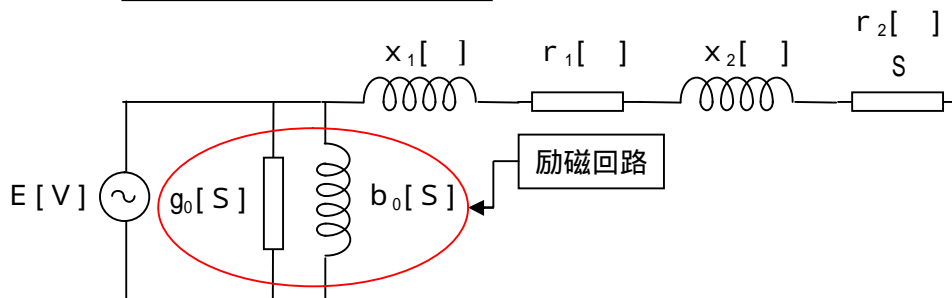
皆様のご高覧を賜れば幸いです。

平成 鹿年 骨月 吉日

貧電工附属 埼玉ドズニールランド大学 学長 鹿の骨

早速ですが、下記の回路図をご覧ください。

図1 誘導電動機のL型等価回路



これは誘導電動機の「L型等価回路」と呼ばれるものです。

この等価回路がどうしてこの様な回路として描けるのかは説明しません。

「なるからなる。」として下さい。

「滑りと何ぞや」という説明もしません。

理解されていることを前提として話を進めます。

この回路に現れている各数値（回路定数と言う。）を使って、計算式をコネクリ回すと、色々な事が解ることになっています。

ジャア~という事で、計算式を立てようとすると、何処から手を付けて良いやらサッパリ解りません。

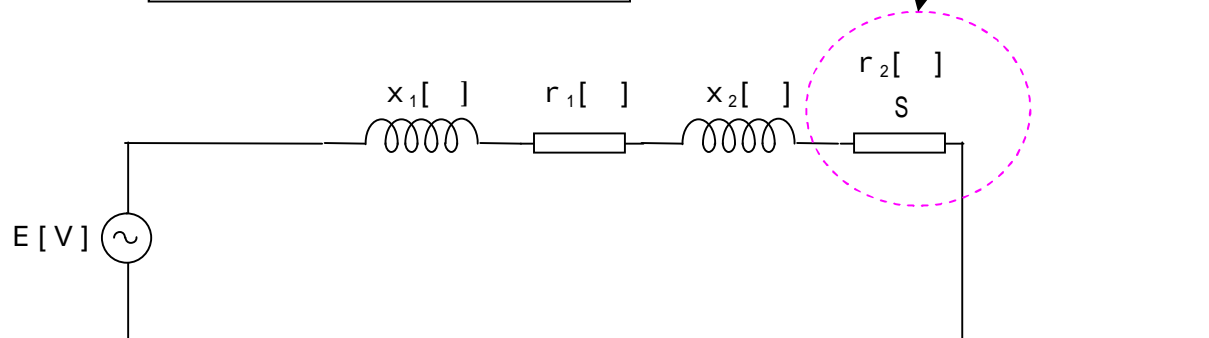
解析の仕方は色々あると思いますが、此处では次のような手法で解析を行います。

解析手法 == > 「励磁回路を無視する。」

早い話、等価回路を下記のように描き直して解析をスタートします。

尚、解析に当たって、特に断らない限り、電動機は2極機とし、等価回路は三相の一相分のみを描きます。

図2 誘導電動機の簡易等価回路 その1



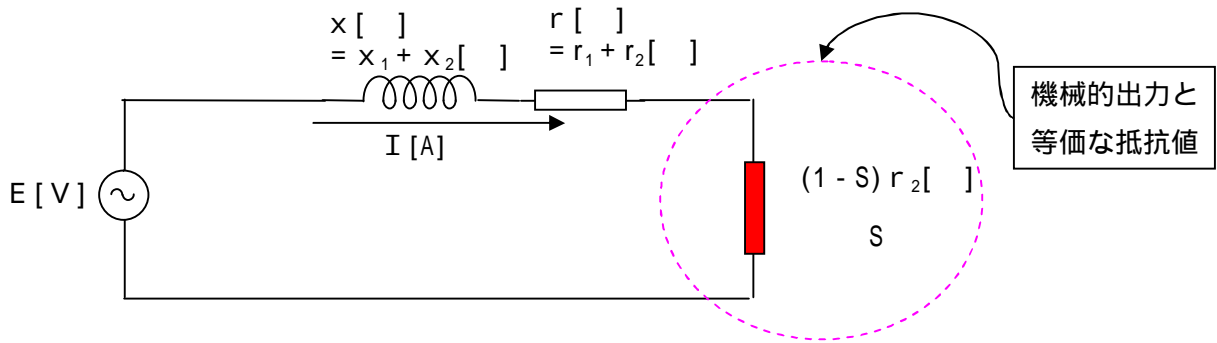
コレを元に数式をこねくり回して見ましょう。

ということで鹿の骨流、半分インチキ講座の始まり始まり・・・。

さらにこの図を下図のように変形します。

図 3

誘導電動機の簡易等価回路 その 2



上図の **ピンク円** で囲った抵抗値が消費する電力[W]が電動機の軸から出力される軸出力[W]と等価になります。これは下記のように説明出来ます。

二次抵抗は r_2/S ですが、これを次のように変形します。

$$r_2/S = r_2(1+S)/S = r_2S/S + r_2(1-S)/S = r_2 + r_2(1-S)/S$$

となりますので、上記の等価回路が得られます。

尚、 $x [] = x_1 + x_2 []$ であり、 $r [] = r_1 + r_2 []$ です。

E (電源電圧[V])、I (電流[A])、x (漏れリアクタンス[])、r (導体抵抗[])、S (滑り[単位無し])
 f (電源周波数[Hz])、 ω (円周率 = 3.14159265[単位無し])、 ω_s (同期角速度[rad/S])
 ω (滑り S の時の軸の回転角速度[rad/S])

さて、手始めに電流値を計算しましょう。

電流 = 電圧 ÷ インピーダンス < = = オームの法則のまんま。

$\vec{I} = E \div Z$ (ベクトル式です。電源電圧を基準ベクトルとおきます。)

$$= E \div \{ (r_1 + r_2/S) + j(x_1 + x_2) \}$$

$$= \frac{E}{\sqrt{\left(r_1 + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (x_1 + x_2)^2}} \quad \text{--- 式}$$

$$= \tan^{-1} \frac{x_1 + x_2}{r_1 + \frac{r_2}{s}} \quad < = = \tan^{-1} \text{は角度を算出する関数です。アークタンジェントと読みます。}$$

何やら小難しい式になりました。

電流値が取り敢えず解りましたので、この電動機の機械的出力を計算してみましょう。

機械的出力 = 機械的出力と等価の抵抗器が消費する電力

$$= \text{機械的出力と等価の抵抗器の抵抗値} \times \text{電流の2乗 (早い話、} I^2 R \text{です。)}$$

機械的出力を P_m と置くと

$$P_m = \{ (1-S) r_2/S \} \times I^2 \times 3 \text{ 倍} \quad < = = \text{等価回路は三相の1相分なので3倍すると三相分になる。}$$

$$= \{ (1-S) r_2/S \} \times \left[\frac{E}{\sqrt{\left(r_1 + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (x_1 + x_2)^2}} \right]^2 \times 3 \text{ 倍}$$

$$= \{ (1-S) r_2/S \} \times E^2 / \{ \left(r_1 + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (x_1 + x_2)^2 \} \times 3 \text{ 倍}$$

$$= \frac{3E^2(1-s)r_2}{s \left[\left(r_1 + \frac{r_2}{s}\right)^2 + (x_1 + x_2)^2 \right]} \quad \text{--- 式}$$

これも何だか良く解らない数式になりました。

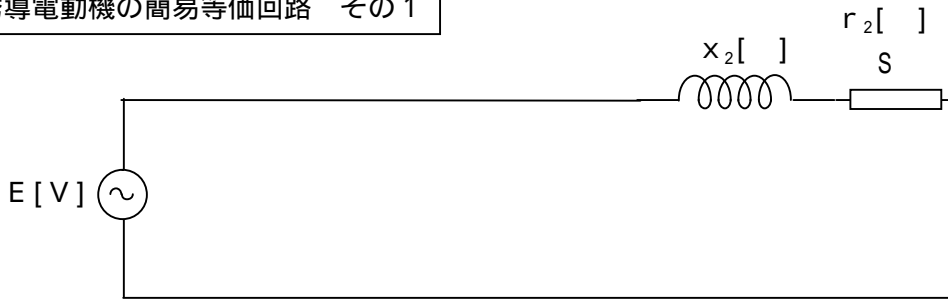
式の電流の式、式の出力の式、何れも良く解らない式です。

数式をジッと眺めていても何も解りません。

そこで、等価回路をもっと簡略化してみました。

図4

誘導電動機の簡易等価回路 その1



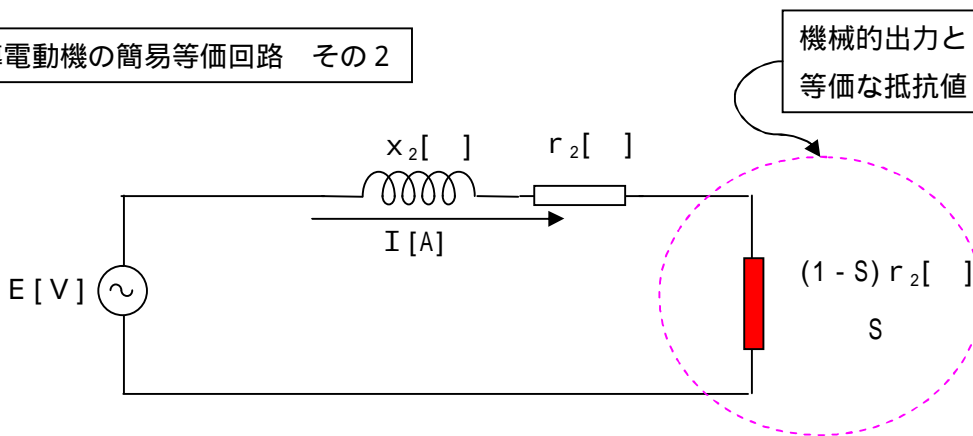
この様な回路にしてみました。
この回路は励磁回路を無視し、さらに・・・。

解析手法その2 ==> 「一次側の回路定数を無視する。」

と言うものです。。
恐ろしく簡単な回路図になりました。
コレだったら何とかなるだろうと言うことで次に行きます。
さらにこの図を下図のように変形します。

図5

誘導電動機の簡易等価回路 その2



さて、電流値を計算しましょう。

電流 = 電圧 ÷ インピーダンス

$I = E \div Z$ (ベクトル式です。電源電圧を基準ベクトルとおきます。)

$$= E \div (r_2/S + jx_2)$$

$$= \frac{E}{\sqrt{\left(\frac{r_2}{s}\right)^2 + x_2^2}} \text{ [A]}$$

何だか簡単なのか難しいのか良く解らない式になりました。

電流値が解りましたので、次は電動機の機械的出力です。

機械的出力 = 機械的出力と等価の抵抗器が消費する電力

= 機械的出力と等価の抵抗器の抵抗値 × 電流の2乗

機械的出力を P_m と置くと

$$\begin{aligned} P_m &= \left\{ (1-s) r_2 / S \right\} \times I^2 \\ &= \left\{ (1-s) r_2 / S \right\} \times \left[E / \left\{ \left(r_2 / S \right)^2 + x_2^2 \right\} \right]^2 \\ &= \left\{ (1-s) r_2 / S \right\} \times E^2 / \left\{ \left(r_2 / S \right)^2 + x_2^2 \right\} \\ &= E^2 r_2 (1-s) / S \\ &= \left(r_2 / S \right)^2 + x_2^2 \end{aligned}$$

これも何だか簡単なのか難しいのか良く解らない式です。

困った・・・そこで、次ページの様な事を考えます。

苦し紛れに図5の等価回路をさらに下図のように変形します。
 どうになってしまうのか・・・？

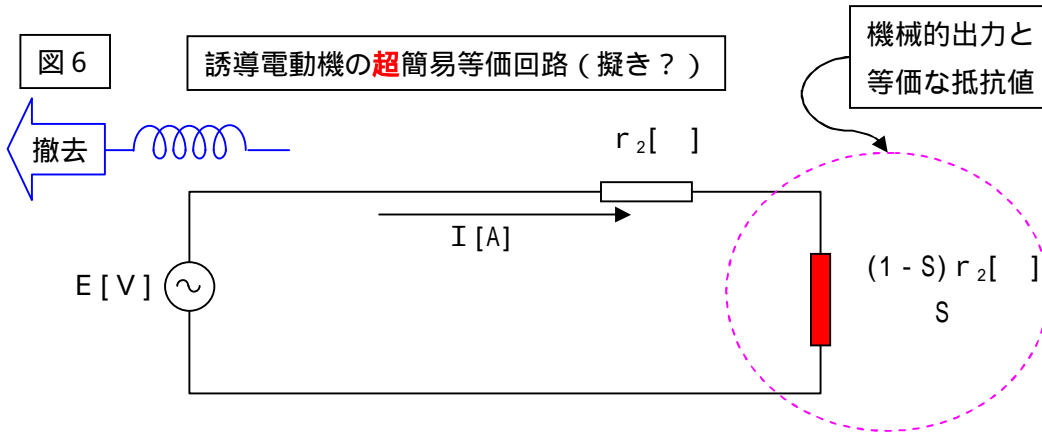


図5の漏れインダクタンスxを撤去しました。
 此処まで簡略化すると、**等価回路と言えるかどうか怪しい事**になりますが、取り敢えずこれで再計算をしてみましょう。
ナンジャコリヤ？

電流は
 $I = E \div Z$ (スカラー式です。抵抗負荷ですから、電流は電圧と同相です。スカラー式で十分です。)
 $= E / (r_2/S) [A]$
 $= SE / r_2 < ==$ 「**電流は電圧が一定の場合、滑り S に比例する。**」と読めます。 - - - **A式**

機械的出力は
 $P_m = \{(1-S)r_2/S\} \times I^2 \times 3 \text{ 倍} < ==$ 等価回路は1相分なので、三相分は3倍になる。
 $= \{(1-S)r_2/S\} \times \{E / (r_2/S)\}^2 \times 3$
 $= 3E^2(1-S)S / r_2$
 $= (-3E^2/r_2)S^2 + (3E^2/r_2)S$ - - - **B式**

Eは固定値(電源が変動したら洒落にならない。) rも固定値、従って $3E^2/r = a$ と置くとこの式は下記の様に書けます。
 $P_m = -aS^2 + aS < ==$ 「**軸出力は電圧が一定の場合、滑り S の二次関数になる。**」と読めます。
 恐ろしく簡単な式になりました。

この式がどの様なグラフを描くのか考えてみましょう。
 すべり S は回転子が回っている回転数に応じて変化します。
 従って、**Sは変数**と言えます。

S=0 は滑りがゼロですから、同期回転数で回っていることを示し、S=1は回転数がゼロ、すなわち起動直後の状態を示します。

S=0をこの式に代入して見ると
 $P_m = -aS^2 + aS$
 $= -a0^2 + a0$
 $= 0[W]$

となりますので、軸出力は出ません。
 つまり、**誘導電動機は同期回転では回りません。**

今度は S=1を代入して見ましょう。
 $P_m = -aS^2 + aS$
 $= -a1^2 + a1$
 $= 0[W]$

やはり、軸出力は出ません。
 起動直後ですから、回転子は回っていません。ですから出力はゼロです。

では S が 0 ~ 1 の中間値を取った場合はどうなるのでしょうか？

$P_m = -aS^2 + aS$ という S を変数とした関数のグラフを考えます。
 この式は S の二次関数になっていますから、この関数は放物線になります。
 (数学的にそうなることになっている。説明略。)
 a の前にマイナス記号が付いていますので、凸の形になります。(これも数学上のお作法。説明略。)
 最大値がワカリマセンので、この手の解析のお約束で、この関数を微分します。

$$P_m' = (-aS^2 + aS)'$$

$$= -2aS + a$$

この式を $=0$ と置きます。

$$-2aS + a = 0$$

この方程式を解いて、 $S = 0.5$ の値を得ます。

つまり、 $S = 0.5$ の時に最大値を取ります。

この値を元の式に代入すると

$$P_m = -aS^2 + aS$$

$$P_{m_{MAX}} = -a(0.5)^2 + a(0.5)$$

$$= 0.25a$$

$a = 3E^2/r_2$ でしたから、元の値に戻すと

$$P_{m_{MAX}} = 3E^2/4r_2 \quad < = 0.25 \text{ は } 1/4 \text{ です。}$$

となります。

今度はトルクの計算です。

トルク $[N \cdot m] =$ 機械的出力 $[W] \div$ 角速度 $[rad/S]$ (回転力学の公式のまんまです。)

同期角速度を ω_0 $[rad/秒]$ と置くと、滑りが S の時の角速度は $(1-S)\omega_0$ となります。

従って、トルクは下記の式になります。

$$T = \{3E^2(1-S)S/r_2\} \div \{(1-S)\omega_0\}$$

$$= 3E^2S/(r_2\omega_0)$$

$$= \{3E^2/(r_2\omega_0)\}S \quad \text{--- C式}$$

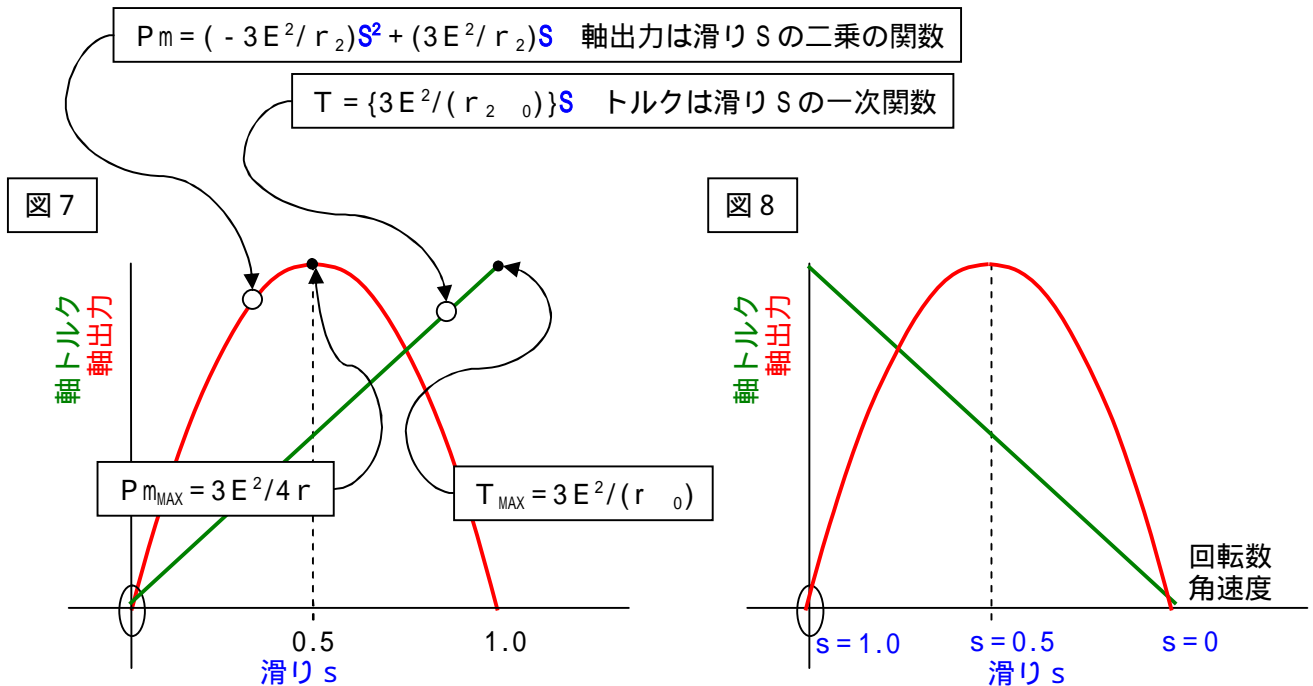
となりますので、トルクは電圧が一定の場合、 S の一次関数になります。

この式に $S = 0$ を代入するとゼロになります。

$S = 0$ は同期回転時ですが、電動機は回っているだけで、トルクがゼロであることを示しています。

この事からも、同期回転では回らない事が解ります。

軸出力と軸トルクのグラフを重ねて描くと下図7になります。



一般的には横軸に回転数又は角速度を取りますので、図が左右反転されて図8の様になります。

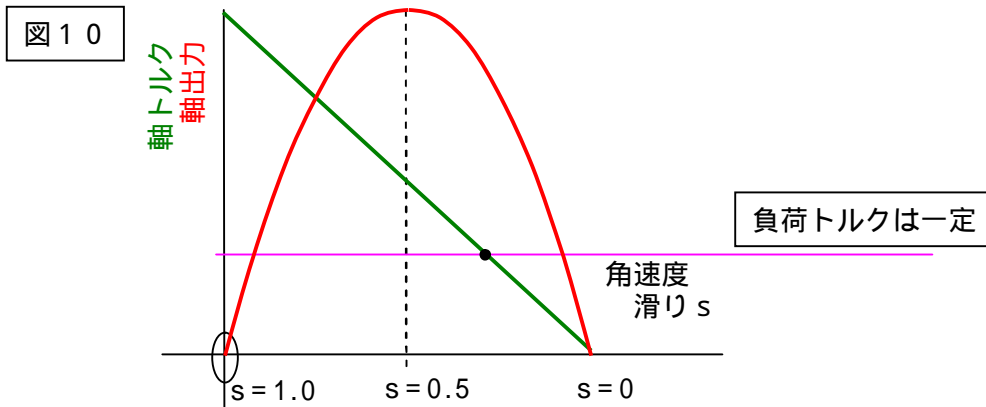
此处で電圧と電流の関係を見てみましょう。

電圧が変わったら、電流はどうなるか？です。

電気の常識からすると、一般的に電圧を上げれば電流は多くなり、下げれば少なくなります。

さてどの様な結果になるのでしょうか・・・。

前提条件として、**負荷が要求するトルクは一定**とします。
 下図参照。



電圧を変化させますので、変化前の電圧を E_a 、変化後の電圧を E_b とします。
 同様に、電流を I_a 、 I_b 、トルクを T_a 、 T_b 、出力を P_{ma} 、 P_{mb} 、滑りを S_a 、 S_b とします。

$$I = E / (r_2 / S) [A] \text{ ですから}$$

$$= ES / r_2$$

$$I_a = E_a S_a / r_2$$

$$I_b = E_b S_b / r_2$$

$$P_m = 3 E^2 (1 - S) S / r_2 [W] \text{ ですから}$$

$$P_{ma} = 3 E_a^2 (1 - S_a) S_a / r_2$$

$$P_{mb} = 3 E_b^2 (1 - S_b) S_b / r_2$$

$$T = \{3 E^2 / (r_2 \omega_0)\} S [N \cdot m] \text{ ですから}$$

$$T_a = \{3 E_a^2 / (r_2 \omega_0)\} S_a$$

$$T_b = \{3 E_b^2 / (r_2 \omega_0)\} S_b$$

となります。

発生しなければイケナイトルクが同じですから（負荷の要求トルクが回転数に無関係で一定だからこうなる。）

$$T_a = T_b \text{ となります。}$$

$$\{3 E_a^2 / (r_2 \omega_0)\} S_a = \{3 E_b^2 / (r_2 \omega_0)\} S_b$$

$$E_a^2 S_a = E_b^2 S_b$$

$$S_b = (E_a / E_b)^2 S_a$$

となります。

今、仮に E_b の電圧を E_a の 倍にした場合で計算してみましょう。

$$E_b = \text{倍} \cdot E_a \text{ という関係です。}$$

$$S_b = (E_a / E_b)^2 S_a$$

$$= (E_a / (\text{倍} \cdot E_a))^2 S_a$$

$$= (1 / \text{倍})^2 S_a \text{ - - - D式}$$

この式は、出力**トルクを同じに保った場合、滑りは電圧の2乗に反比例する**事を示しています。

この滑りの値と、電圧の関係式を元の電流の式に代入すると

$$I_b = E_b S_b / r_2$$

$$= \text{倍} \cdot E_a (1 / \text{倍})^2 S_a / r_2$$

$$= (1 / \text{倍}) E_a S_a / r_2$$

$$= (1 / \text{倍}) I_a \text{ - - - E式}$$

となります。

例えば $\text{倍} = 0.9$ の場合ですと、 I_b は I_a の $1/0.9$ 倍、すなわち 1.11 倍になります。

結果として次の事が言えます。

誘導電動機の電流は電圧に反比例する。

実に驚愕すべき結果となります。**ヤッター!!**

でもねえ～・・・
 この話はインチキなんですよ。ハイ!
 元の等価回路が**インチキ**だから・・・

インチキがバレバレの話ですが、もう少し補足します。

実はこのインチキ話、最後の方に行くと、USO800では無く、USO80位の話になります。

ですから、この胡散臭い話を確実に理解して下さい。

さて、トルクの式は下記でした。

$$T = \{3E^2 / (r_2^2 \cdot s)\} S [N \cdot m]$$

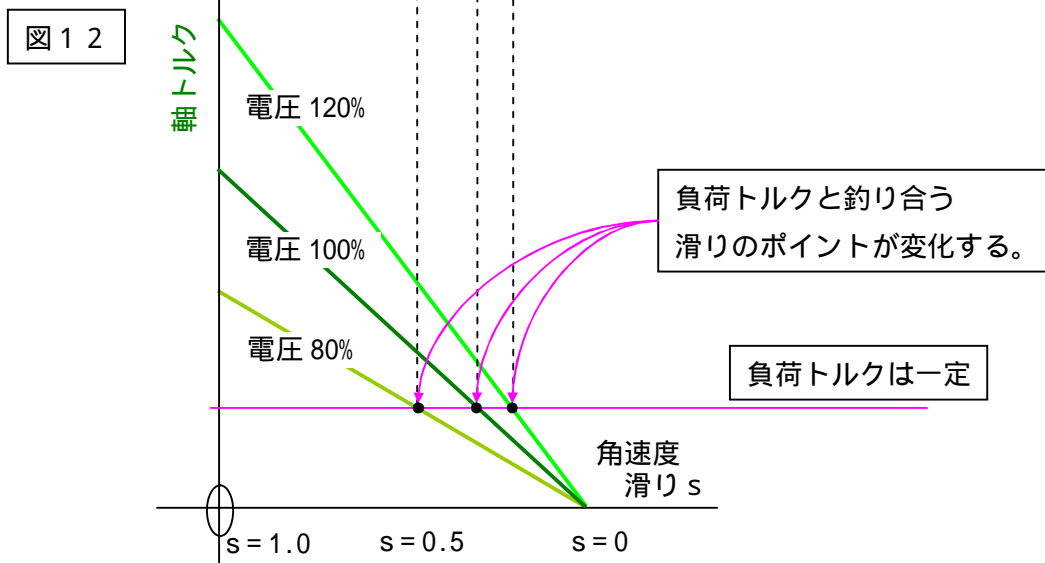
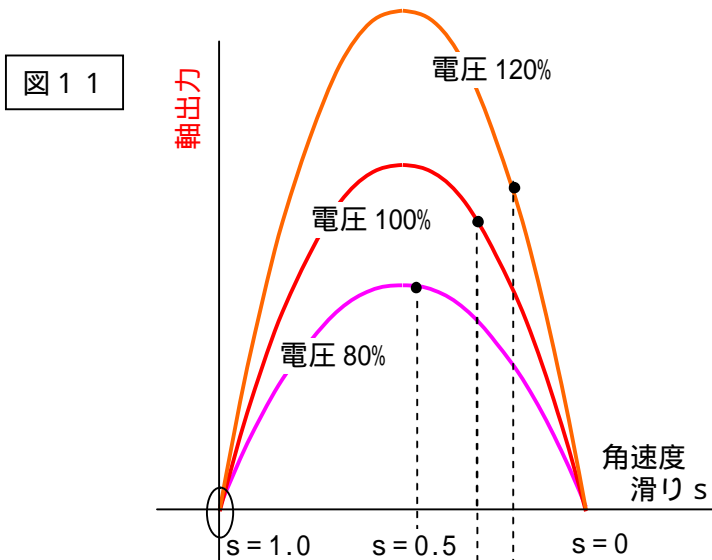
この式は前述の様に S の関数ですが、電圧 E を変化させた場合は、 E の関数にもなります。

E の2乗の式になっていますから、トルクは電圧の2乗に比例します。

電圧を1.2倍にすれば、トルクは1.44倍になり、0.8倍にすれば、0.64倍になります。

軸出力も同様に、 $P_m = 3E^2(1-S)S / r_2 [W]$ でしたから、軸出力も電圧の2乗に比例します。

下図参照。



この様に、電圧を変化させた場合、トルクが一定を条件とすると、負荷トルクと釣り合う（回転を維持する）滑りの値が、勝手に変わります。

電動機はトルクを一定に保つ為に、電圧が上がれば滑りを減少させ（早く回る。）下がれば滑りを増やします（遅く回る。）