

# ブロンデルの定理の話

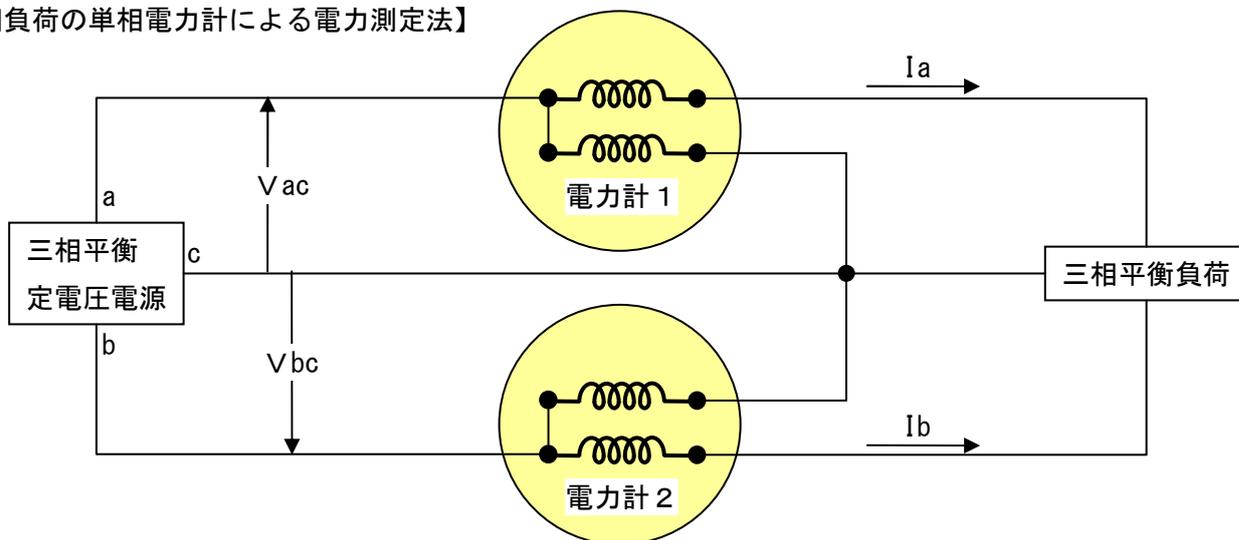
今回のお題は「ブロンデルの定理」です。毎回の事ですがこれを知っていると何か良いことが有るわけでも無くこの解説を見ても理解できない場合は多々あります。まあ無いよりまし程度でお読み下さい。

平成鹿年骨月吉日  
サイタマドズニーランド大学 学長 鹿の骨 記

早速ですが下記の回路をご覧下さい。

図 0

【三相負荷の単相電力計による電力測定法】



言いにくい事ですが、これで理解できる人って相当に頭が良いと思います。

当方などはこの図を見ただけでめまいがします。

電源の相順が何かヘンですし、電力計内の2つのコイルが何を指しているのか全く解りません。

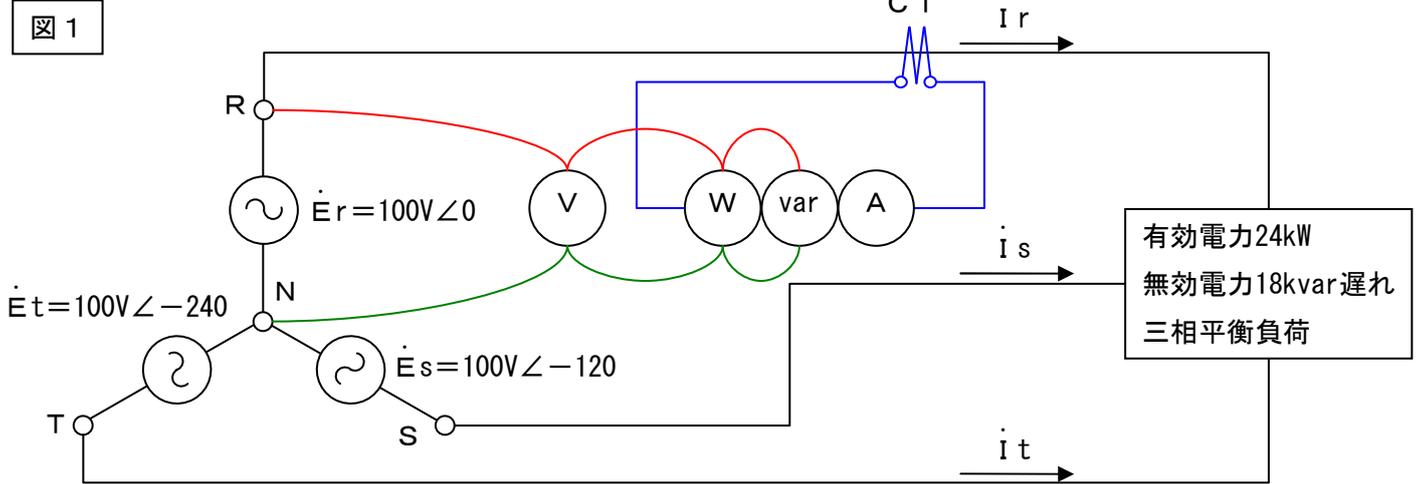
線間電圧の取り方も理解不能です。

そういう方の為に解説書を作りました。

単相電力計を2つもってくれば三相電力が計測出来るというブロンデルの定理の話です。

次ページ以降に怪しげな解説があります。お時間が有ればお読み下さい。

図1の様な回路を考えます。



各計器の指示値は下記になります。

$$V = 100V \quad W = 8,000W \quad var = 6,000var \quad A = 100A$$

この図は一相分の計器を書いています、残り二相に同じ計器を設置しても値は同じ値を指します。

三相の有効電力と無効電力はこの値の三倍値をとれば良いことになります。

$$\text{有効電力} = 8,000W \times 3 = 24,000W = 24kW \quad \text{無効電力} = 6,000var \times 3 = 18,000var = 18kvar$$

線電流は各々  $i_r = 100A \angle -36.9^\circ$   $i_s = 100A \angle -156.9^\circ$   $i_t = 100A \angle -276.9^\circ$  となります。

此処までは当たり前の話ですが、念の為にベクトル図を示します。

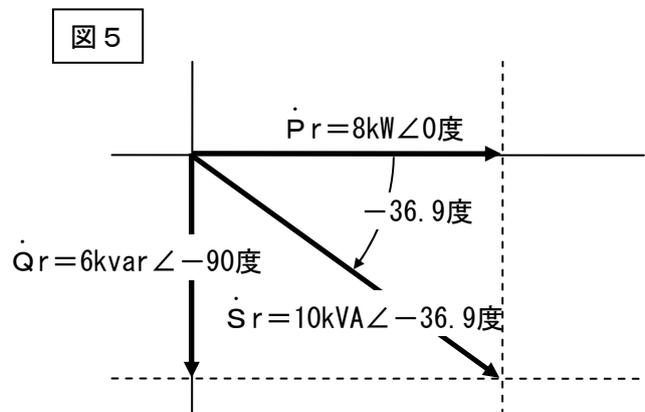
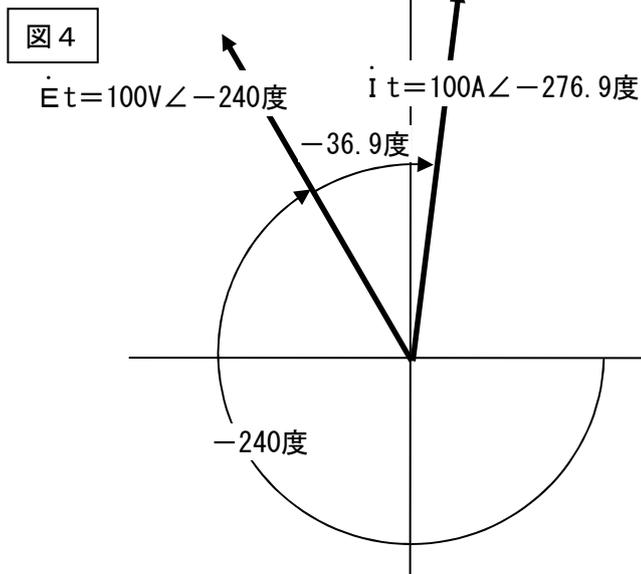
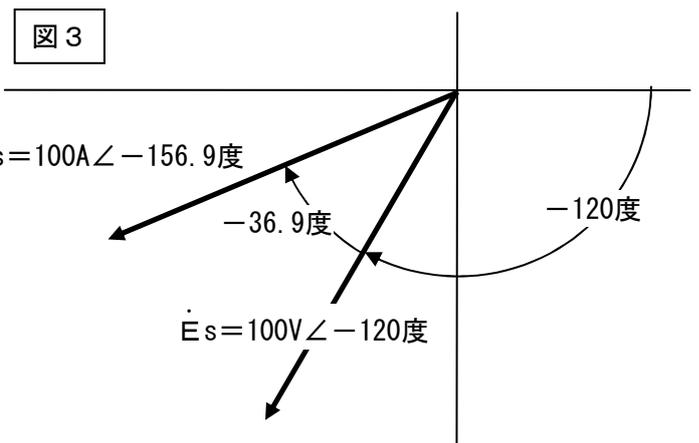
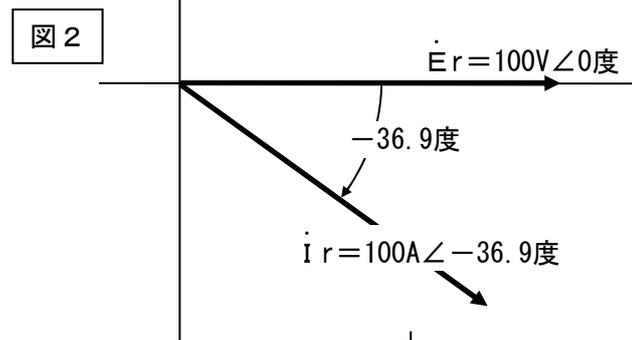


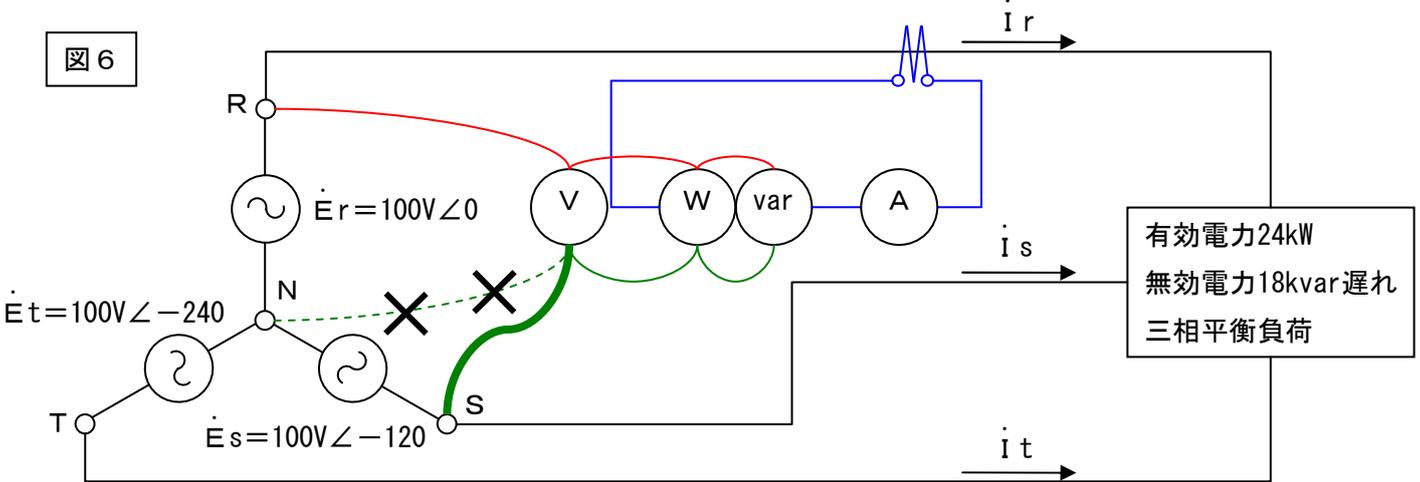
図5は電力のベクトル図です。

R相のベクトル図を示しますが、S相もT相も同じものになります。

三相分はこの図を単純に3倍したものになります。図は略。

今度は図6の様な回路を考えます。

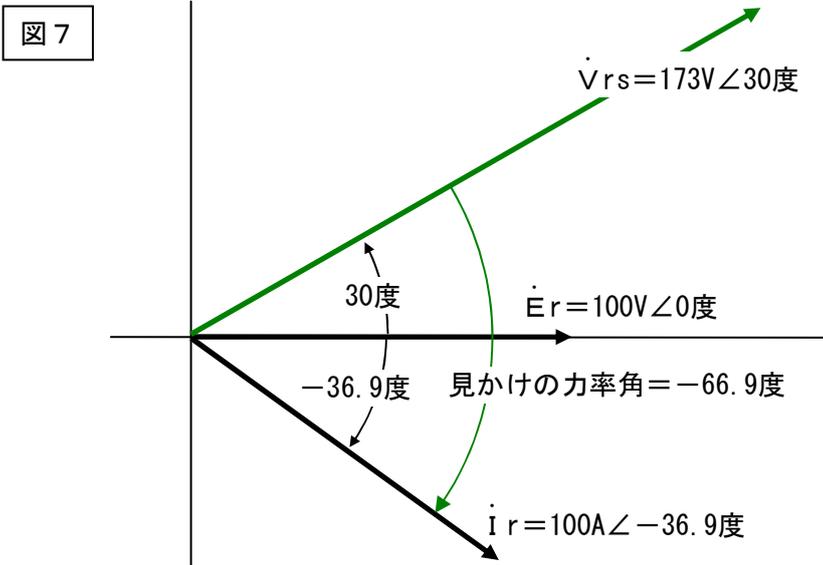
電圧要素を取るのにR～N端子では無くR～S端子に繋ぎ替えたらどうなるかという話です。  
つまり相電圧では無く線間電圧に繋ぎ替えたら何がどうなるか？ということです。



順番で書いていきます。

まずは電圧計ですがこれは相電圧から線間電圧に変わりますので  $V = 173V$  になります。

有効電力計は下記のベクトル図を見ないとワケワカメです。



有効電力を計算すると

$$W = 100V \times \sqrt{3} \times 100A \times \cos -66.9 = 100V \times \sqrt{3} \times 100A \times 0.39233 \doteq 6796W = 6.796kW$$

$$\text{皮相電力は } VA = 100V \times \sqrt{3} \times 100A \doteq 17.32kVA$$

無効電力は

$$\text{var} = 100V \times \sqrt{3} \times 100A \times \sin -66.9 = 100V \times \sqrt{3} \times 100A \times (-0.91982) \doteq 15932\text{var} = 15.932\text{kvar}$$

電流の値は変わらず  $A = 100A$  です。

有効電力計と無効電力計の指示値がやっぱりワケワカメです。

見てもわからんぞ！

ここでさらに追い打ちをかけるように次に行きます。

今度は図8の様な回路を考えます。  
 電圧要素を取るのにT~S端子に繋ぎ替えたらどうなるかという話です。  
 線間電圧を取るのにVstでは無くしてVtsで取っています。

図8

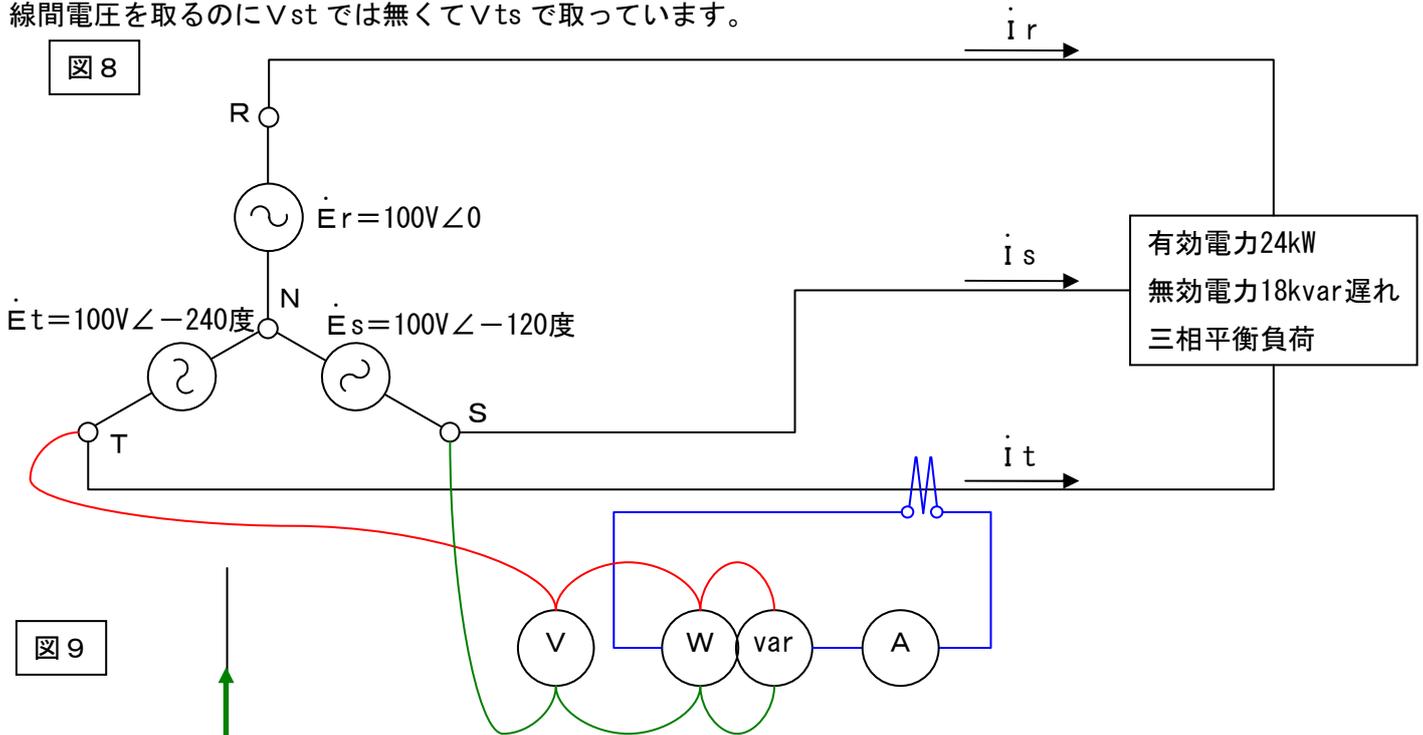
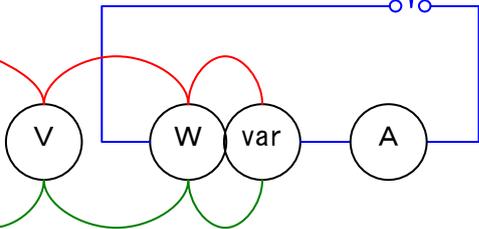


図9



$\dot{V}_{ts} = 173V \angle 90 \text{度}$  ( $V_{st}$ の180度反転)

$\dot{i}_t = 100A \angle -276.9 \text{度}$

見かけの力率角 = -6.9度

$\dot{E}_s = 100V \angle -120 \text{度}$

$\dot{V}_{st} = 173V \angle -90 \text{度}$

図9はこの回路のベクトル図を示しています。

まずは $\dot{V}_{st}$ は $\dot{E}_s$ に対して大きさが $\sqrt{3}$ 倍で位相が30度進みになります。 $\dot{V}_{st} = 173V \angle -90 \text{度}$ です。

$\dot{V}_{ts}$ はこのベクトルの反転ですから

$\dot{V}_{ts} = 173V \angle +90 \text{度}$ になります。

$i_t$ は $100A \angle -276.9 \text{度}$ ですから見かけ上の力率角は-6.9度になります。

これらの値で諸値を計算すると下記になります。

電圧は  $V = \sqrt{3} \times 100V = 173V$

有効電力は

$$W = 100V \times \sqrt{3} \times 100A \times \cos -6.9$$

$$= 100V \times \sqrt{3} \times 100A \times 0.9928 \approx 17,195W = 17.195kW$$

無効電力は

$$\text{var} = 100V \times \sqrt{3} \times 100A \times \sin -6.9$$

$$= 100V \times \sqrt{3} \times 100A \times (-0.12014)$$

$$\approx 2,080\text{var} = 2.080\text{kvar}$$

電流の値は変わらず  $A = 100A$  です。

ワケワカメの数字が並びますが電力値の前の計算の値と今回の値の合算値を計算します。

$$W = 6.796kW + 17.195kW \approx 24kW$$

$$Q = 15.932\text{kvar} + 2.080\text{kvar} \approx 18\text{kvar}$$

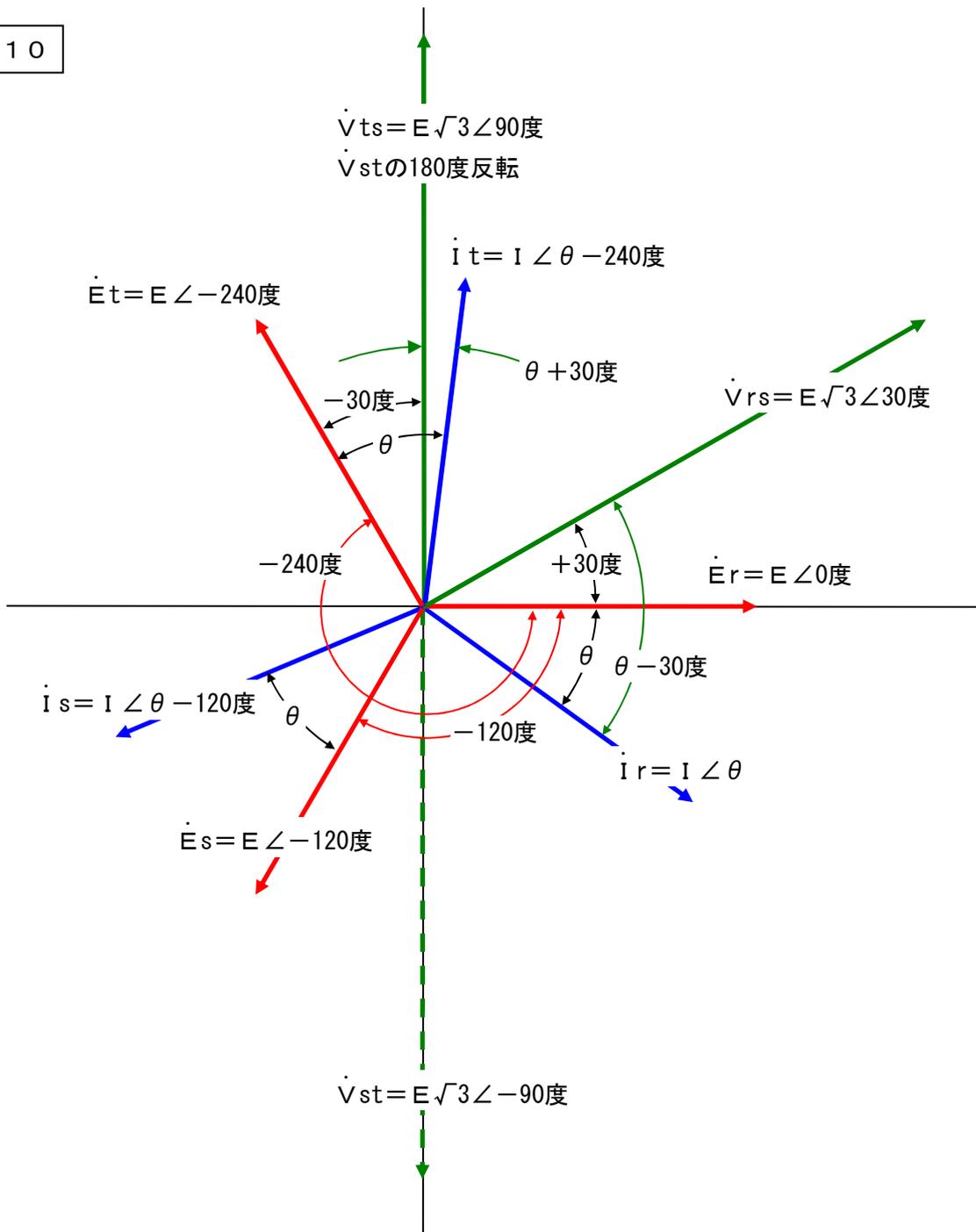
アリアリヤ！！という結果になります。

なんと2つの値を合算すると三相分の容量と等しくなりました。三相の電力を計測するには有効/無効各々でそれぞれ2の電力計があれば計測できる事になりそうです。

これはブロンデルの定理なのですが、もう少し考えましよう。

ベクトル図を整理して書くと下図になります。力率角を $\theta$ として遅れの場合で書いています。 $\theta$ は負値になることに注意して下さい。(図は $\theta = -36.9$ 度で書いています。)

図10



図がかなりゴチャですが、注意深く見ればそんなに複雑なものではありません。

赤いベクトルは相電圧、青のベクトルは線電流、緑のベクトルは計測に使用する線間電圧を示します。

相電圧を基準にした電力の計算を行います。

R相の計算

$$\dot{S}_r = \text{相電圧のバー} \cdot \text{線電流} = E \angle 0^\circ \cdot I \angle \theta = E I (\cos \theta + j \sin \theta)$$

同様に

$$\dot{S}_s = E \angle -240^\circ \cdot I \angle \theta - 120^\circ = E I \angle \theta = E I (\cos \theta + j \sin \theta)$$

$$\dot{S}_t = E \angle -120^\circ \cdot I \angle \theta - 240^\circ = E I \angle \theta = E I (\cos \theta + j \sin \theta)$$

$$\Sigma \dot{S} = 3 E I (\cos \theta + j \sin \theta)$$

2 電力計側の計算をします。

次ページへ進む・・・

2 電力計側の計算です。

Vrs 側の 計算

$$\begin{aligned}\dot{S}_{rs} &= \text{線間電圧のバー} \cdot \text{線電流} \\ &= E\sqrt{3}\angle -30\text{度} \cdot I\angle\theta \\ &= E I\sqrt{3}\angle(\theta - 30\text{度}) \\ &= E I\sqrt{3} \cdot \{\cos(\theta - 30\text{度}) + j\sin(\theta - 30\text{度})\} \\ &= E I\sqrt{3} \cdot \{(\cos\theta\cos30\text{度} + \sin\theta\sin30\text{度}) + j(\sin\theta\cos30\text{度} - \cos\theta\sin30\text{度})\}\end{aligned}$$

Vts 側の計算

$$\begin{aligned}\dot{S}_{ts} &= E\sqrt{3}\angle -90\text{度} \cdot I\angle\theta - 240\text{度} \\ &= E I\sqrt{3}\angle(\theta - 330\text{度}) \\ &= E I\sqrt{3}\angle(\theta + 30\text{度}) \\ &= E I\sqrt{3} \cdot \{\cos(\theta + 30\text{度}) + j\sin(\theta + 30\text{度})\} \\ &= E I\sqrt{3} \cdot \{(\cos\theta\cos30\text{度} - \sin\theta\sin30\text{度}) + j(\sin\theta\cos30\text{度} + \cos\theta\sin30\text{度})\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma \dot{S} &= \dot{S}_{rs} + \dot{S}_{ts} \\ &= E I\sqrt{3} \cdot \{(\cos\theta\cos30\text{度} + \sin\theta\sin30\text{度}) + j(\sin\theta\cos30\text{度} - \cos\theta\sin30\text{度})\} \\ &\quad + E I\sqrt{3} \cdot \{(\cos\theta\cos30\text{度} - \sin\theta\sin30\text{度}) + j(\sin\theta\cos30\text{度} + \cos\theta\sin30\text{度})\} \\ &= 2E I\sqrt{3}(\cos\theta\cos30\text{度}) + j(\sin\theta\cos30\text{度}) \\ &= 2E I\sqrt{3}(\sqrt{3}/2 \cdot \cos\theta) + j(\sqrt{3}/2 \cdot \sin\theta) \\ &= 3E I(\cos\theta + j\sin\theta)\end{aligned}$$

となりますので相電圧を元にした計算と同じ結果が得られる事が解ります。

この計量方法は電力計の節約になるのですが万能ではありません。  
不具合のある場合を記載します。

その 1 ; 極端に力率が悪い場合の支障 (遅れの場合)  $\theta = -60$  度を超える場合など。

図 1 1

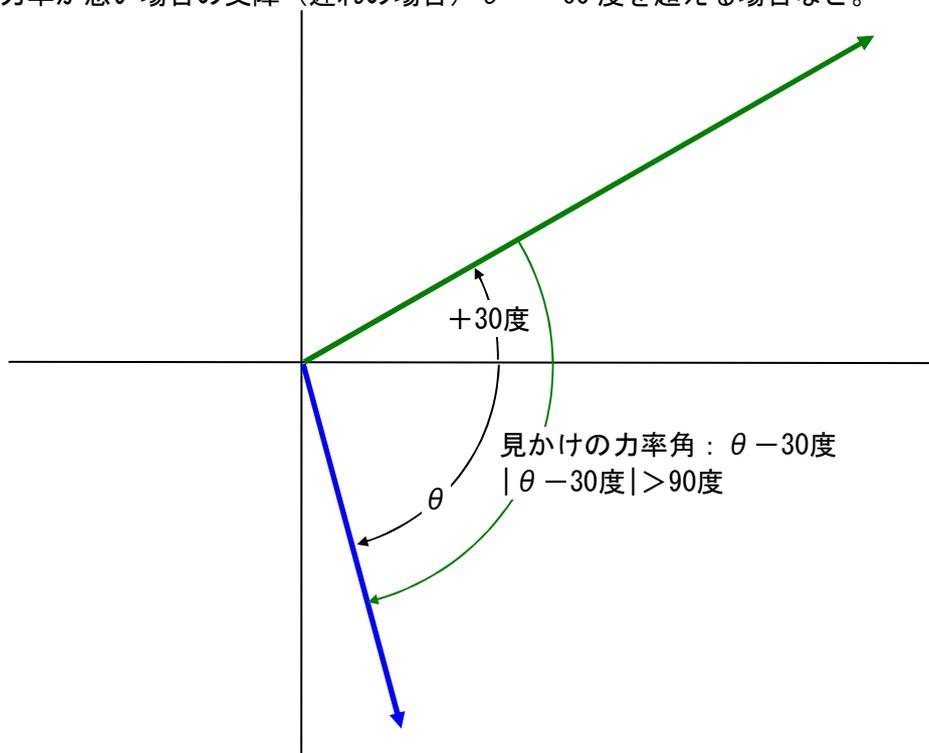


図 1 1 を見ると解りますが、見かけの力率角の絶対値が 90 度を超えますので有効電力計の値が負値を指します。  
一般的に有効電力計は正值のみを指すように作られていますのでこの場合は正規の値を指せません。  
こういう場合は CT の極性を逆にするか電圧端子を逆極性で繋ぐかして指示値を負値として計上します。

三相回路は原理的に単相負荷を接続可能ですが、単相負荷を接続したらちゃんと計量できるのか？という話をしていきます。まずはRS間に負荷がある場合です。

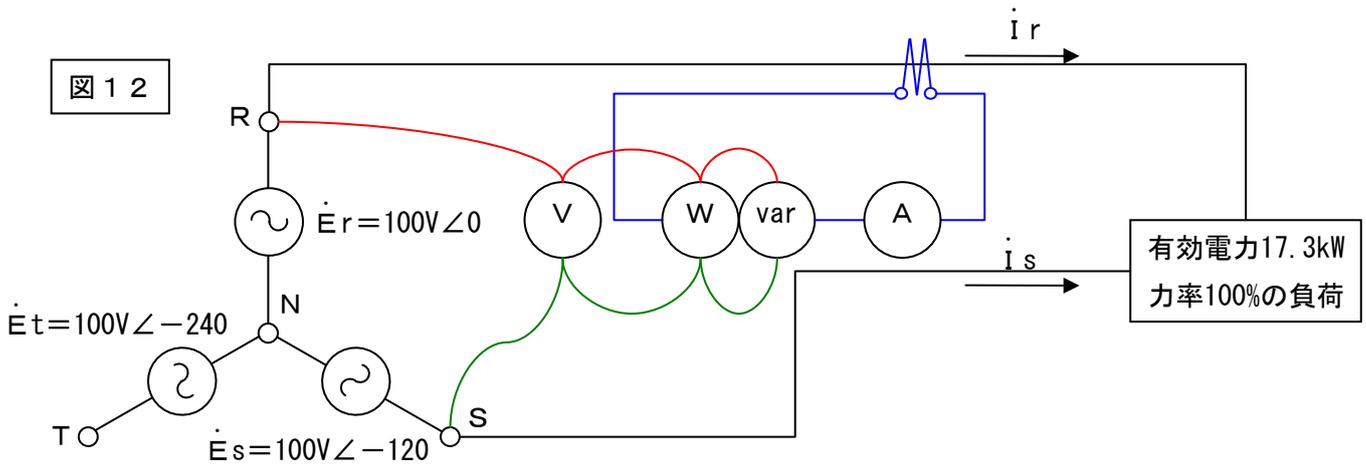
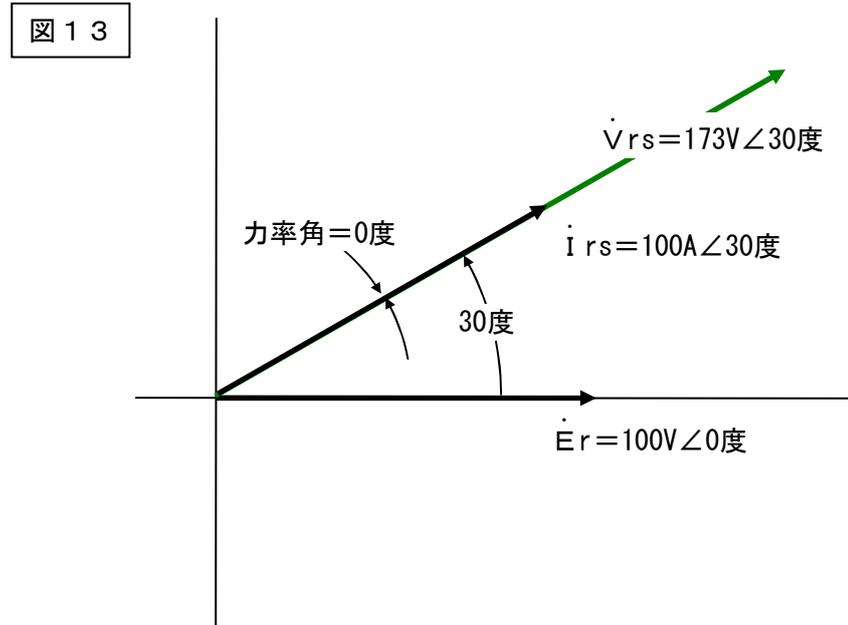


図12はRS間に負荷を繋いだ場合の回路図です。ベクトル図を書くと図13の様になります。



此処で負荷の力率とは相電圧 $\dot{E}_r$ に対するものではなく線間電圧 $\dot{V}_{rs}$ に対するものであることを理解して下さい。力率=100%と言っていますので図13に示すように電圧 $\dot{V}_{rs}$ に対して力率角=0度となります。各計器の読みは下記ようになります。

V : 173V

W : 17,300W

var : 0var

A : 100A

次はS T間に負荷がある場合です。

図14

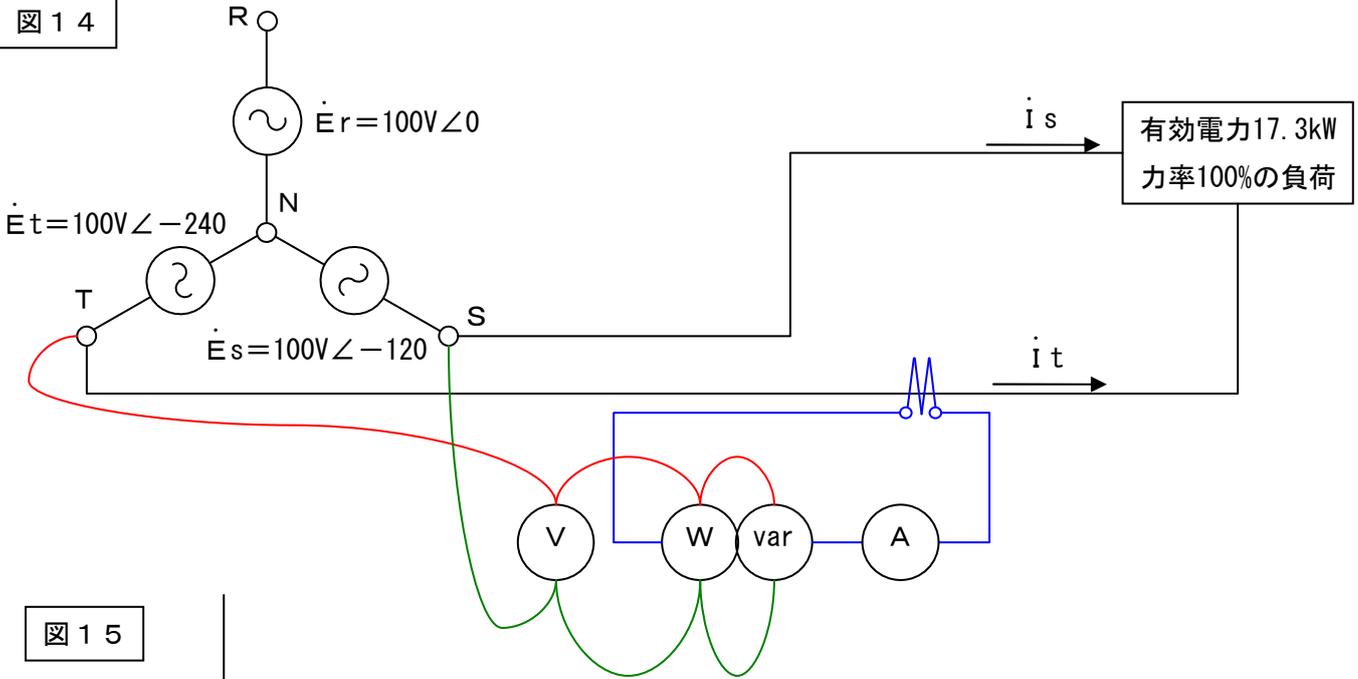


図15

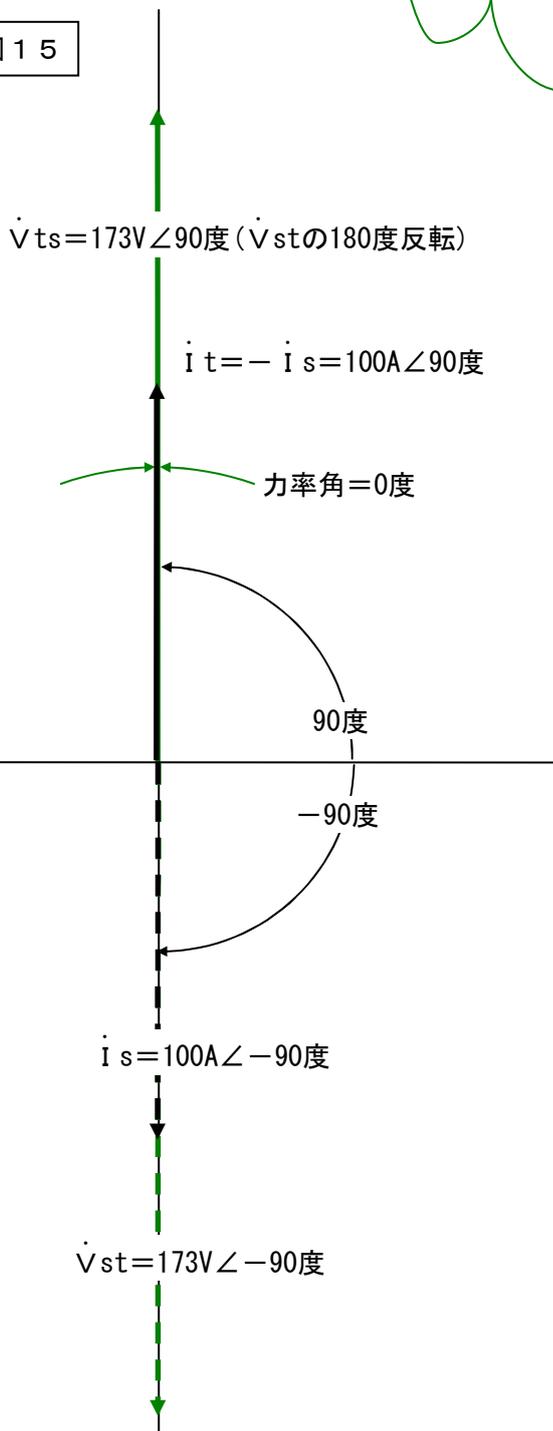


図14はS T間に負荷を繋いだ場合の回路図です。ベクトル図を書くと図15の様になります。

ここで注意して頂きたいことは下記の2点です。

計測の電圧は $\dot{V}_{st}$ ではなくて $\dot{V}_{ts}$ であること。つまり $\dot{V}_{ts}$ は $\dot{V}_{st}$ の180度反転です。

電流は $\dot{i}_s$ ではなく $\dot{i}_t$ を拾っていること。つまり $\dot{i}_t$ は $\dot{i}_s$ の180度反転です。 $\dot{i}_t$ の正方向が電源から負荷へ向かう方向ですがこれは $\dot{i}_s$ の帰りの電流になります。

何処に力率角が出ているのか理解して下さい。

各計器の読みは下記のようにになります。

V : 173V  
W : 17,300W  
var : 0var  
A : 100A

次はTR間に負荷がある場合です。

図16

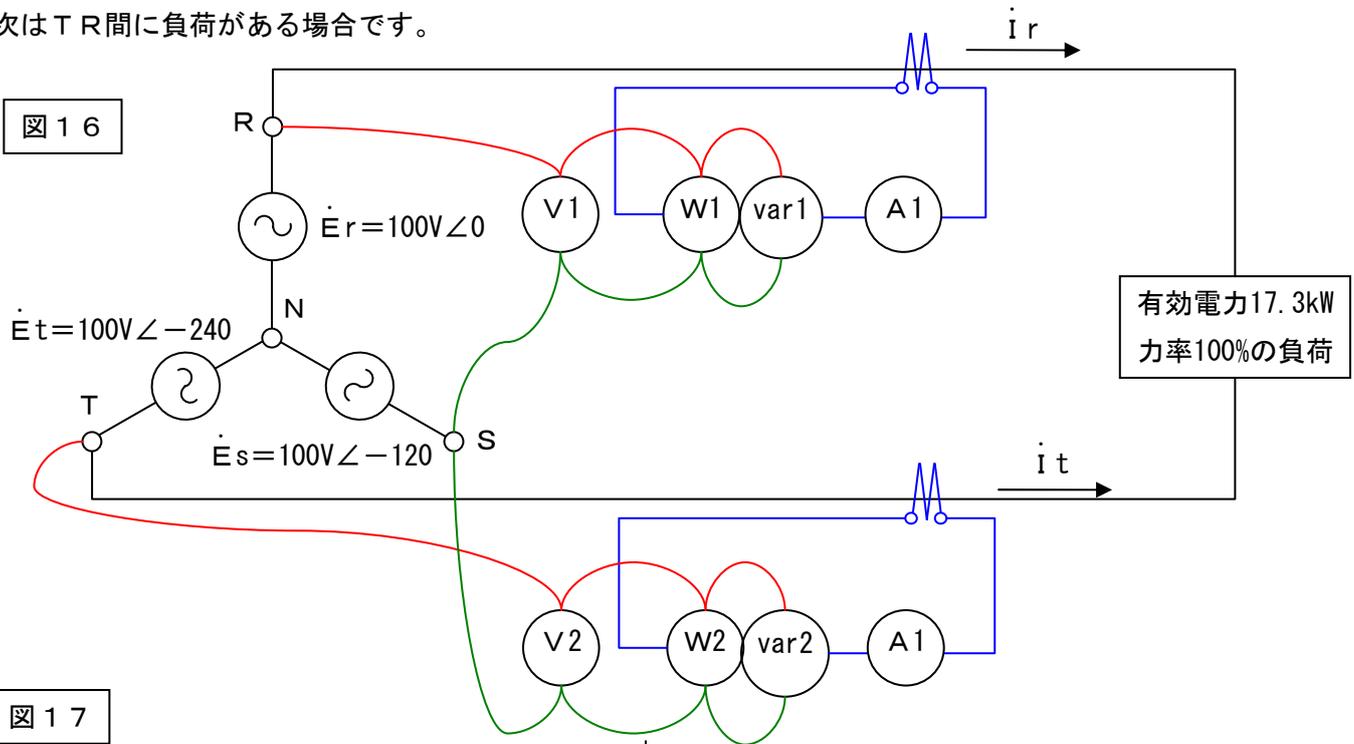
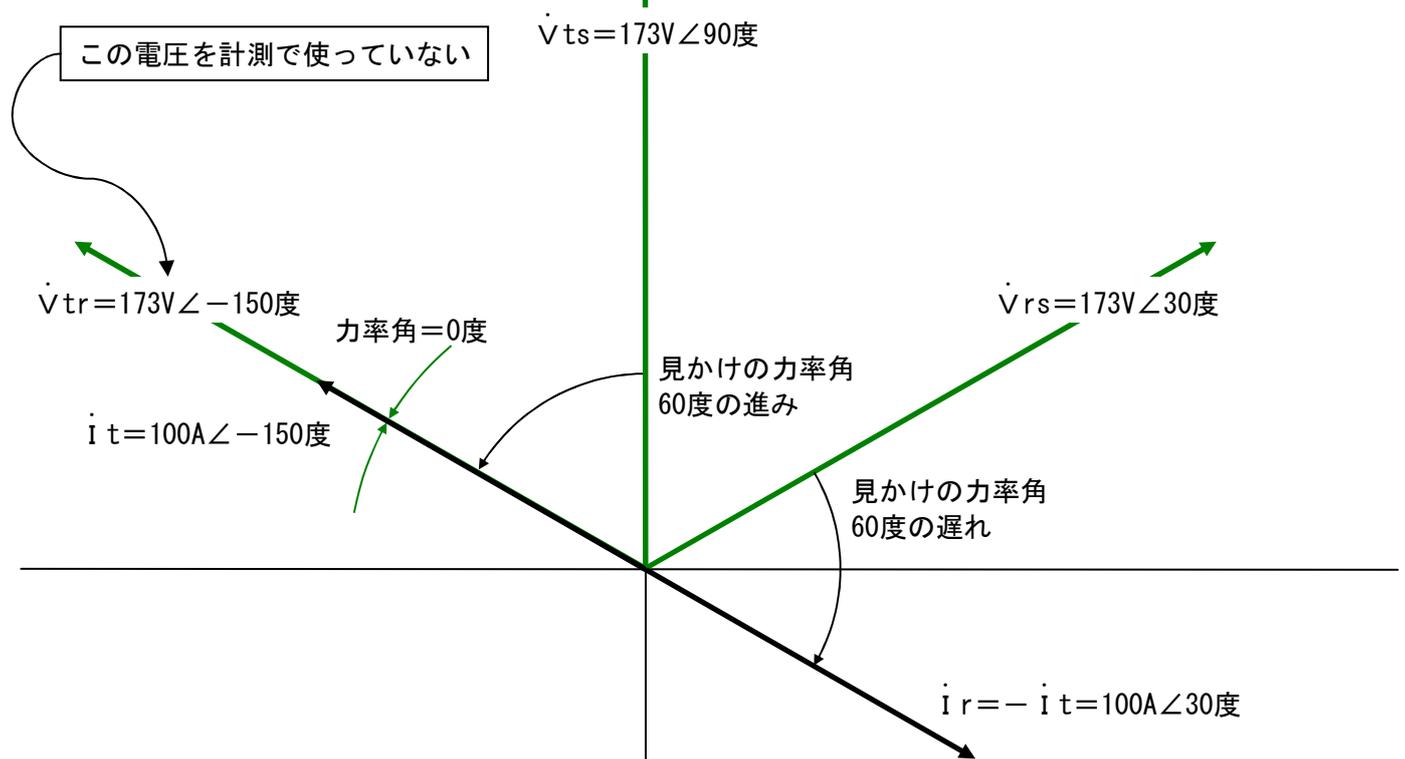


図17



思いっきりややこしいベクトル図になりますが、TR間に負荷が来ますので力率角は $\dot{V}_{tr}$  に対しての電流の挟み角になります。ところが計測用の電圧として $\dot{V}_{tr}$  は使わずに $\dot{V}_{rs}$  と $\dot{V}_{ts}$  ( $\dot{V}_{st}$  では無いことに注意)を使っています。また $\dot{i}_r$  は $\dot{i}_t$  の180度反転になることを理解して下さい。各計器の値は下記になります。

$V_1 = V_2 : 173V$     $W_1 = W_2 = 8,650W$  ( $173V \times 100A \times \cos 60 = 17,300 \times 0.5$ )  
 $var_1 : 14,982var$  遅れ ( $173V \times 100A \times \sin -60$ )    $var_2 : 14,982var$  進み ( $173V \times 100A \times \sin 60$ )    $A_1 = A_2 : 100A$

つまり有効電力は2計測の値が各々半分なので合算値は元の値になり、無効電力は相殺でゼロになります。

